

MODELAGEM PROBABILÍSTICA DO TEMPO DE VIDA DOS TRANSFORMADORES DE DISTRIBUIÇÃO ELÉTRICA DO ESTADO DA BAHIA

Adelmo Menezes de Aguiar Filho*
Karla Patrícia Santos Oliveira Rodrigues Esquerre**

RESUMO: A modelagem do tempo de vida de equipamentos e sistemas através das técnicas de análise de sobrevivência possui importância significativa em estudos de confiabilidade e de impacto ambiental. No presente estudo foi realizada a modelagem do tempo de vida dos transformadores de distribuição do estado da Bahia, além da construção de modelos de regressão para avaliação das características construtivas com maior impacto no tempo de vida destes equipamentos. O tempo de vida médio estimado para os transformadores foi de 10,4 anos, tendo a distribuição de Weibull apresentado a melhor aderência aos dados experimentais. O modelo de regressão proposto indicou que o número de fases dos transformadores é a característica estrutural de maior relevância para o tempo de vida. Ao fim são propostos sugestões para futuros trabalhos com foco em análise de ciclo de vida e que considerem a natureza complexa dos dados climáticos para modelagem do tempo de vida dos equipamentos em questão.

PALAVRAS-CHAVE: Análise de Sobrevivência; Transformadores de Distribuição; Estatística Multivariada.

PROBABLE MODELING OF THE LIFE TIME OF ELECTRICAL DISTRIBUTION TRANSFORMERS IN THE STATE OF BAHIA, BRAZIL

ABSTRACT: Life time modeling of equipments and systems by survival analysis techniques is highly significant in reliability and environmental studies. Current analysis performs a life time modeling of electrical distribution transformers in the state of Bahia, Brazil, and also comprises the construction of regression models to evaluate the construction characteristics with greater impact on the equipments' life time. Transformers' mean life time is 10.4 years and Weibull's distribution has shown the best adherence to experimental data. Regression model proposed indicated that the number of phases in transformers is the most relevant structural characteristic for their life time. Suggestions have been provided for future research focused on life cycles analyses while taking into consideration of the complex climate data for the modeling of life time of the equipments under analysis.

KEYWORDS: Survival Analysis; Electrical Distribution Transformers; Multivaried Statistics.

INTRODUÇÃO

A utilização de ferramentas estatísticas em busca do reconhecimento de padrões e explicação de fenômenos físicos possui grande aplicabilidade nas decisões de engenharia. Com foco na engenharia de confiabilidade, é possível destacar a importância dos

estudos para a avaliação do tempo de vida de produtos e serviços.

O tempo de vida útil (TVU) pode ser definido como o período que engloba o início da operação de um determinado produto até o momento em que ocorre sua retirada de operação por falhas ou defeitos (DATLA; PANDEY, 2006). O conhecimento desta va-

* Graduando em Engenharia Química; Bolsista de Iniciação Científica pelo CNPq; Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal da Bahia – UFBA; Email: aguiar.soul@gmail.com.

** Docente do Departamento de Engenharia Química e dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia Industrial (PEI) e Mestrado em Meio Ambiente, Águas e Saneamento (MAASA) da Universidade Federal da Bahia – UFBA; Email: karlaesquerre@ufba.br.

riável, atrelada à sua distribuição de probabilidade e variabilidade permite a obtenção de informações úteis para o aprimoramento dos procedimentos de manutenção e operação destes sistemas (VAN NOORTWIJK; KLATTER, 2004).

Conforme observado em Si (2011) o tempo de vida é um importante indicador do impacto ambiental dos produtos com aplicações diretas no desenvolvimento de análises do ciclo de vida (ACV). Aktas (2011) discute de forma aprofundada as consequências do tempo de vida no estudo de ACV de diferentes processos.

A estimativa do TVU pode ser realizada por diferentes métodos matemáticos que conforme crescem em complexidade vem a requerer maior qualidade ou volume de dados. Sikorska, Hodkiewicz e Ma (2011) classifica estes métodos em quatro grupos: modelos de representação de conhecimento (Fuzzy e sistemas Expert); modelos de expectativa de vida (estocásticos e estatísticos); redes neurais artificiais; e os modelos fenomenológicos (físicos).

Dentro deste contexto, o presente projeto de pesquisa tem como objetivo realizar o estudo do tempo de vida útil dos transformadores de distribuição do estado da Bahia juntamente com a análise de regressão das curvas de sobrevivência. Os transformadores de distribuição são equipamentos responsáveis pela redução da tensão que deverá ser entregue ao consumidor final, o que os torna elementos chave no processo de distribuição de energia elétrica.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os modelos estocásticos para a estimativa do TVU dos transformadores se destacam por sua capacidade de agregar conhecimentos estatísticos e apenas utilizar o histórico de falhas dos equipamentos. A teoria destes modelos é sintetizada no ramo da estatística denominada análise de sobrevivência (LAWLESS, 2011).

O que se busca nestes modelos é a determinação da função de distribuição de probabilidade

(PDF) que mais se ajusta aos dados de falha de equipamentos, conforme a Equação 1:

$$S(t) = P(T \geq t) \quad (1)$$

Onde, $S(t)$: é a probabilidade de sobrevivência (não falha) de um equipamento de um tempo t até um tempo T qualquer.

Destaca-se entre as principais PDF utilizadas na análise de sobrevivência a exponencial, de Weibull, lognormal, log-logística etc. (COLOSIMO; GIOLO, 2006). O procedimento matemático para estimação dos parâmetros de determinada PDF se baseia na maximização da função de verossimilhança (Equação 2) em busca dos valores para os parâmetros que possuem a maior probabilidade de gerar o conjunto dos dados amostrais (LAWLESS, 2011).

$$L(\theta) = \prod_{j=1}^r f(t_j; \theta) \quad (2)$$

Onde, θ : Vetor de parâmetros de uma determinada distribuição de probabilidade; $L(\theta)$: Função de Verossimilhança.

É da natureza dos dados utilizados neste tipo de análise a existência de observações denominadas censuras, as quais correspondem o tempo de vida de equipamentos que não falharam até o momento em que o banco de dados foi levantado (HONG, 2009). Na presença de censuras a Equação 2 deve ser rearranjada adicionando-a um termo referente à contribuição dos dados censurados (Equação 3):

$$L(\theta) = \prod_{j=1}^r f(t_j; \theta) \prod_{j=r+1}^n S(t_j; \theta) \quad (3)$$

Com a posterior determinação da PDF com melhor ajuste aos dados experimentais é possível obter importantes parâmetros sobre o comportamento do tempo de vida do sistema em estudo, tais como sua média, variância e mediana.

Diversos softwares comerciais podem ser utilizados para o desenvolvimento destes estudos,

contudo selecionou-se para este projeto de pesquisa o uso da plataforma e ambiente computacional R (TEAM, 2012). Associado ao pacote de função survival foi possível desenvolver de forma mais dinâmica os algoritmos necessários ao projeto, o que permitiu maior compreensão das etapas do projeto.

3 MATÉRIAS E MÉTODOS

Nesta seção serão abordados os procedimentos utilizados para a construção da curva de sobrevivência dos transformadores de distribuição e posterior obtenção de um modelo de regressão da curva.

3.1 TRATAMENTO DO BANCO DE DADOS

O banco de dados utilizado possui o cadastro das datas de instalações e avarias dos transformadores de distribuição desde o ano de 1946 até o ano de 2010, somando mais de 300 000 entradas. A primeira etapa do tratamento dos dados consistiu na remoção dos registros inconsistentes (informações incompletas, valores aberrantes, entradas trocadas).

Em seguida buscou-se verificar o número de censuras nos tempos de vida. Tal procedimento indicou que um número superior a 90% do banco de dados era compostos de dados censurados. Conforme orientações de Colosimo e Giolo (2006) optou-se pelo uso apenas dos dados não censurados, que totalizam 12 527 tempos de vida.

Deve-se ressaltar que além das datas citadas, o banco de dados possui características construtivas dos transformadores (potência nominal e número de fases) que foram utilizadas para posterior regressão das curvas de sobrevivência.

3.2 OBTENÇÃO DA CURVA NÃO PARAMÉTRICA

A construção de uma curva não paramétrica (empírica) dos dados de sobrevivência permite uma compreensão inicial do fenômeno, além de ser um indicador da qualidade do ajuste de curvas paramétricas.

Com base na caracterização do banco de dados selecionou-se o estimador de Kaplan–Meier na ausência de censuras (Equação 4) para construção da curva não paramétrica do tempo de vida dos transformadores (KAPLAN; MEIER, 1958):

$$\hat{S}_{KM}(t) = \prod_{j:t_j < t} \left(\frac{n_j - d_j}{n_j} \right) = \prod_{j:t_j < t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j} \right) \quad (4)$$

Onde, t_j : Tempo de ocorrência do evento de interesse (avaria do equipamento), onde $j = 1, \dots, k$, ordenados de forma crescente; n_j : Número de equipamentos não avariados e não foram censurados até o momento imediatamente anterior ao tempo t_j ; d_j : Número de equipamentos avariados no tempo t_j .

3.3 DEFINIÇÃO DA CURVA DE SOBREVIVÊNCIA

Com base na curva não paramétrica construída, buscou-se estimar os parâmetros das distribuições de Weibull, lognormal e log–logística com melhor ajuste ao tempo de vida dos transformadores. Para tanto foi utilizado o método da máxima verossimilhança, o qual consiste na resolução do sistema de equações não lineares dado pela derivada primeira da função de verossimilhança da PDF (Equação 5). Uma discussão mais aprofundada sobre o método pode ser obtida em Pawitan (2001).

$$U(\theta) = \frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (5)$$

Onde, θ : Vetor de parâmetros de uma determinada distribuição de probabilidade; $L(\theta)$: Função de Verossimilhança.

A definição da PDF com ajuste foi realizada com base de método gráfico em que os valores de sobrevivência ajustados são plotados contra os valores da curva de sobrevivência não paramétrica e quanto mais próxima de uma reta com tangente unitária é o gráfico formado, melhor foi o ajuste da PDF.

3.4 AJUSTE DE UM MODELO DE REGRESSÃO

Os modelos de regressão na análise de sobrevivência buscam identificar o efeito de determinadas características (variáveis) na curva de sobrevivência dos indivíduos analisados.

Para as distribuições de Weibull, lognormal e log-logística têm-se os modelos de regressão apresentadas nas Equações 6, 7 e 8, respectivamente (LAWLESS, 2011). Selecionou-se para esta análise o modelo de regressão correspondente à PDF com melhor aderência aos dados experimentais.

$$S(t, x) = \exp \left\{ - \left(\frac{t}{\exp\{x' \beta\}} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \right\} \quad (6)$$

$$S(t, x) = \Phi \left\{ - \frac{\log t + x' \beta}{\sigma} \right\} \quad (7)$$

$$S(t, x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{x' \beta} \right)^{\frac{1}{\sigma}}} \quad (8)$$

Onde, t : tempo em anos; x : vetor contendo as variáveis preditoras; β : vetor dos coeficientes do modelo; σ : parâmetro de forma; $S(t, x)$: Sobrevivência condicional ao tempo e o vetor das variáveis preditoras.

Para a inserção de uma variável nos modelos de regressão, dois importantes testes estatísticos não paramétricos devem ser realizados: teste não paramétrico de Wilcoxon e o teste logrank (DARILAY; NARANJO, 2011).

Nestes testes rejeitamos a hipótese nula de que não existem diferenças significativas entre curvas de sobrevivência (isto é, características diferentes não influenciam na curva de sobrevivência) se o p -value da variável em pelo menos um dos testes for inferior a 0,25 conforme recomendações em (COLOSIMO; GIOLO, 2006).

Em seguida, para a seleção da forma do modelo de regressão linear comparamos a função de verossimilhança do modelo com uma variável com a verossimilhança do modelo sem variável e depois aplicamos o teste da razão de verossimilhanças (TRV) (PAWITAN, 2001).

Rejeitamos a hipótese nula que a variável não exerce influência no modelo se o p -value do TRV for menor que o nível de significância assumido no teste (5%), com esta passando a fazer parte do modelo de regressão.

3.5 AVALIAÇÃO DO AJUSTE DA REGRESSÃO

Na análise de sobrevivência, a interpretação dos resíduos possui relevância na verificação do ajuste do modelo proposto. Nesta etapa duas propriedades devem ser observadas: a distribuição e aleatoriedade dos resíduos.

Os denominados resíduos de Cox-Snell (Equação 9) são utilizados para avaliação do ajuste global do modelo, estes são definidos como a função taxa de falha do modelo ajustado (COLOSIMO; GIOLO, 2006):

$$e_i = \Lambda(t_i, x_i) \quad (9)$$

Onde, e_i : resíduo de Cox-Snell; $\Lambda(\bullet)$: função de taxa de falha.

Quando o modelo possui bom ajuste é possível verificar que o gráfico dos resíduos de Cox-Snell contra o logaritmo negativo da função de sobrevivência empírica (construída pelo estimador Kaplan-Meier) gera uma reta com angulação de 45° (COLOSIMO; GIOLO, 2006).

A aleatoriedade dos resíduos pode ser avaliada por meio dos resíduos *deviance* (Equação 10) que corresponde a uma manipulação dos resíduos marginal (Equação 11) que os torna mais simétricos em relação ao zero (LAWLESS, 2011).

$$\hat{m}_i = \delta_i - e_i \quad (10)$$

$$\hat{d}_i = \frac{\hat{m}_i}{\|\hat{m}_i\|} [-2(\hat{m}_i + \delta_i \log(\delta_i - \hat{m}_i))]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

Onde, m_i : resíduo martigal; δ_i : variável indicadora de falha; d_i : resíduo deviance.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A apresentação e interpretação dos resultados obtidos serão apresentadas nesta seção juntamente com a discussão referente ao ajuste das curvas de sobrevivência e da regressão realizada.

4.1 CURVA DE SOBREVIVÊNCIA PARAMÉTRICA

A curva de sobrevivência não paramétrica dos transformadores instalados entre 1946 e 2010 é apresentada na Figura 1. Observe que, na ausência de censuras, o estimador Kaplan–Meier é utilizada para construção da função de probabilidade cumulativa das falhas não paramétricas, uma vez que para o banco de dados utilizado não foram selecionados os tempos censurados.

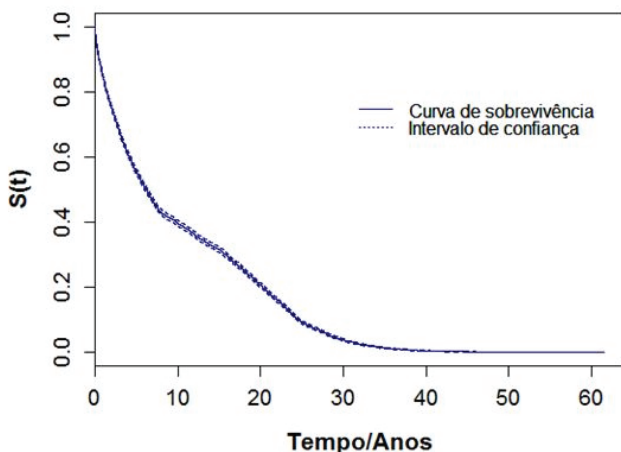
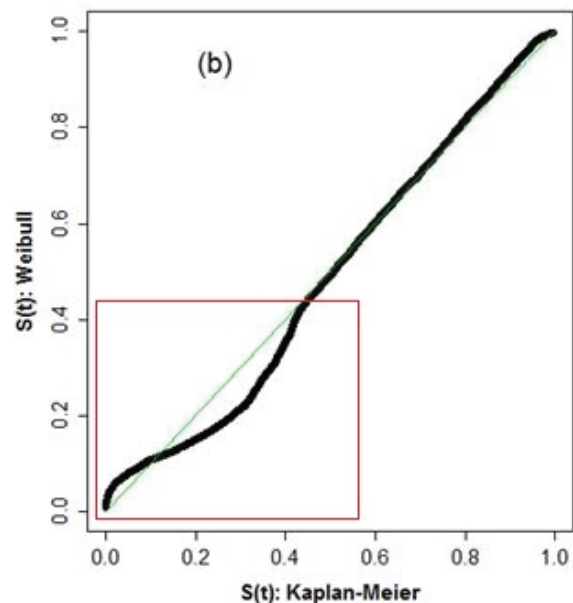
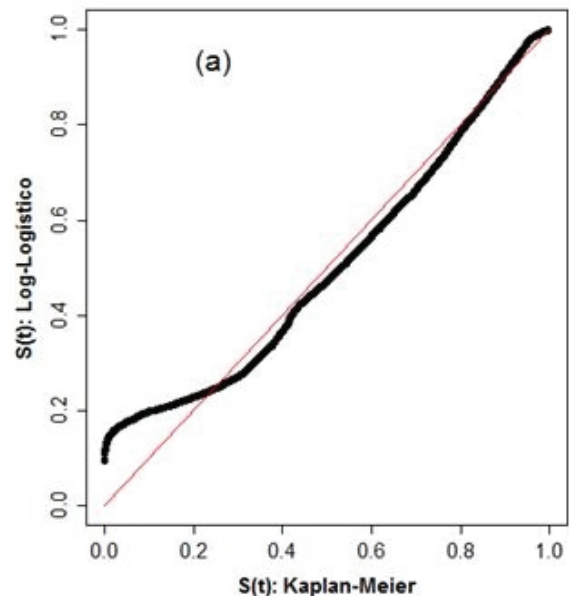


Figura 1. Curva de sobrevivência não paramétrica para os transformadores instalados entre 1946 e 2010.

Por meio da curva não paramétrica é possível obter um estimador das distribuições de probabilidade com melhor ajuste aos dados. Destaca-se que a importância na construção de um modelo paramétrico da curva está na manipulação de importantes

propriedades tais como média, mediana, variância, além da possibilidade de elaboração de modelos de regressão.

Diversas distribuições de probabilidade foram testadas por meio do método gráfico já descrito na seção anterior, das quais as distribuições log–logístico, de Weibull e lognormal foram as que obtiveram melhor ajuste e são apresentadas na Figura 2. A distribuição de Weibull, como é possível observar na Figura 2, foi a que obteve o melhor ajuste se aproximando mais da reta com inclinação unitária e indicou um tempo médio de vida (TMV) de 10,4 anos.



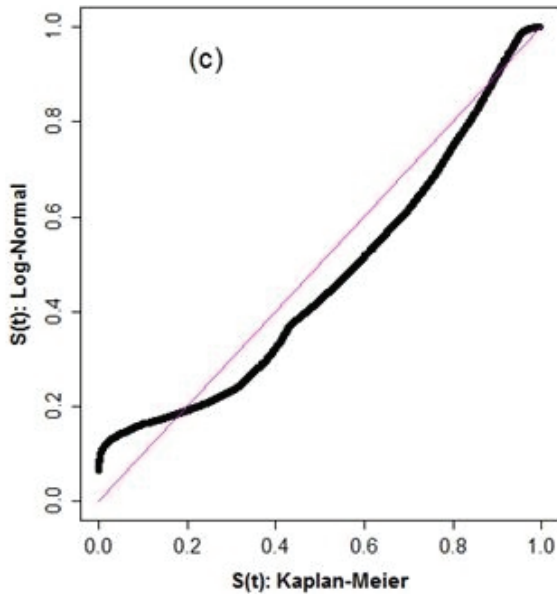


Figura 2. Avaliação gráfica do ajuste das distribuições de probabilidade Log-logística (a), de Weibull (b) e Lognormal (c)

Contudo, a existência de uma região na curva de Weibull (em destaque no seu respectivo gráfico) com pouca aderência à sobrevivência estimada pelo Kaplan-Meier motivou a investigação mais criteriosa destes tempos de vida. Informações provenientes de especialistas técnicos indicaram a existência de transformadores com diferentes características construtivas a partir do ano 2000, o que levou à decisão de estratificar os tempos de vida considerando este marco histórico.

A Figura 3 apresenta as curvas de sobrevivência dos transformadores estratificados nos dois grupos propostos. A PDF exponencial e a de Weibull foram as que obtiveram os melhores ajustes para os transformadores instalados depois (TMV igual a 19,1 anos) e antes do ano de 1999 (TMV igual a 2,9 anos), respectivamente.

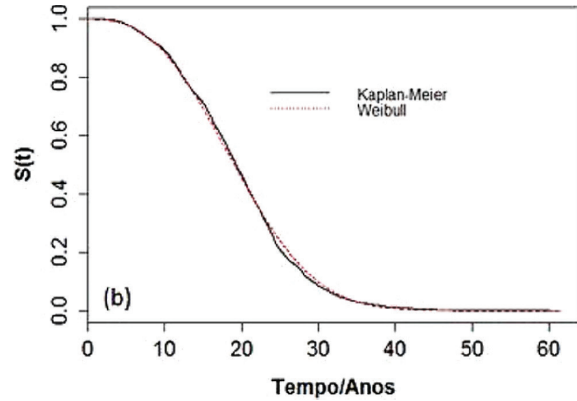
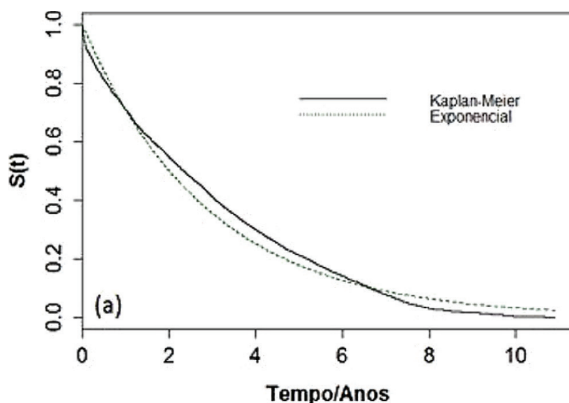


Figura 3. Curva de sobrevivência dos transformadores instalados após 1999 (a) e dos transformadores instalados antes de 1999 (b)

É importante observar que em função da limitação temporal dos dados de tempo, uma grande parcela de transformadores instalados após 1999 ainda não falharam o que dificulta a interpretação do seu tempo de vida, obtendo-se um valor subestimando.

Desta forma, as posteriores análises serão realizadas apenas com o segundo grupo de dados (equipamentos instalados entre 1946 e 1999), o que permite maior coerência com a realidade de falhas dos transformadores.

A equação da curva de sobrevivência e da sua taxa de falha é apresentada nas Equações 12 e 13. Por meio dos parâmetros da Equação 9 será possível construir e avaliar os modelos de regressão propostos, enquanto que a avaliação da Equação 10 permite identificar que sua taxa de falha é estritamente crescente. Esta última propriedade indica a existência de uma determinada “memória” ao equipamento de forma que quanto mais tempo de operação este possui mais sua probabilidade de falha.

$$S(t) = \exp\left\{-\left(\frac{t}{2,3}\right)^{2,5}\right\} \tag{12}$$

$$\lambda(t) = (9,9 \cdot 10^{-4}) \cdot t^{1,5} \tag{13}$$

4.2 REGRESSÃO DA CURVA DE SOBREVIVÊNCIA

Deve-se entender que nesta análise entende-se como regressão o estudo do comportamento da curva de sobrevivência em função das características

dos transformadores. Esta análise poderia ser realizada a partir da estratificação dos dados de forma a gerar uma curva para cada grupo de características dos transformadores, contudo, como abordado em Colosimo e Giolo (2006), este procedimento pode levar a formação de grupos de dados de tamanho não significativo prejudicando sua interpretação.

As variáveis “número de fases” e “potência nominal” obtiveram *p-value* inferior a 0,001 nos testes de Wilcoxon e logrank, o que demonstra que ambas as variáveis são significativas para a regressão da curva de sobrevivência. Foram propostos 3 modelos lineares baseados na distribuição de Weibull cujos coeficientes são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Modelos de regressão da curva de sobrevivência.

| Modelos | Equação de Regressão | Coefficientes | Logaritmo da Verossimilhança |
|---------|---|--|------------------------------|
| 1 | Nenhuma | $\beta_0 = 3,0693$ $\sigma = 0,3767$ | -19122,4 |
| 2 | $y = \beta_1 x_1 + \beta_0$ | $\beta_0 = 3,0404$ $\beta_1 = 0,0008$ $\sigma = 0,3750$ | -19113,8 |
| 3 | $y = \beta_1 x_2 + \beta_0$ | $\beta_0 = 2,8337$ $\beta_1 = 0,0885$ $\sigma = 0,3722$ | -19060,5 |
| 4 | $y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_0$ | $\beta_0 = 2,8310$ $\beta_1 = -0,0002$ $\beta_2 = 0,0919$ $\sigma = 0,3724$ | -19060,1 |

x_1 : Número de fases do transformador

x_2 : Potência nominal/ KVA

O logaritmo da verossimilhança também apresentado na Tabela 1 é utilizado na formulação do teste de razão de verossimilhanças (TRV) como forma de avaliar a adequação do modelo e juntamente como os testes de Wilcoxon e logrank avaliar a significância da variável no modelo de regressão. O *p-value* em ambos os testes mostrou-se menor que 0,001, o que permite a aceitação de ambas as variáveis na equação de regressão (modelo 4).

A Figura 4 apresenta as curvas de sobrevivência para diferentes grupos de transformadores de distribuição. No gráfico da esquerda superior são descritas as curvas dos transformadores de 1 e 3 fases com a potência nominal em seu valor médio. Já no gráfico da direita superior selecionaram-se as curvas dos transformadores de 2 fases com potências nominais de 3 kVA e 500 kVA.

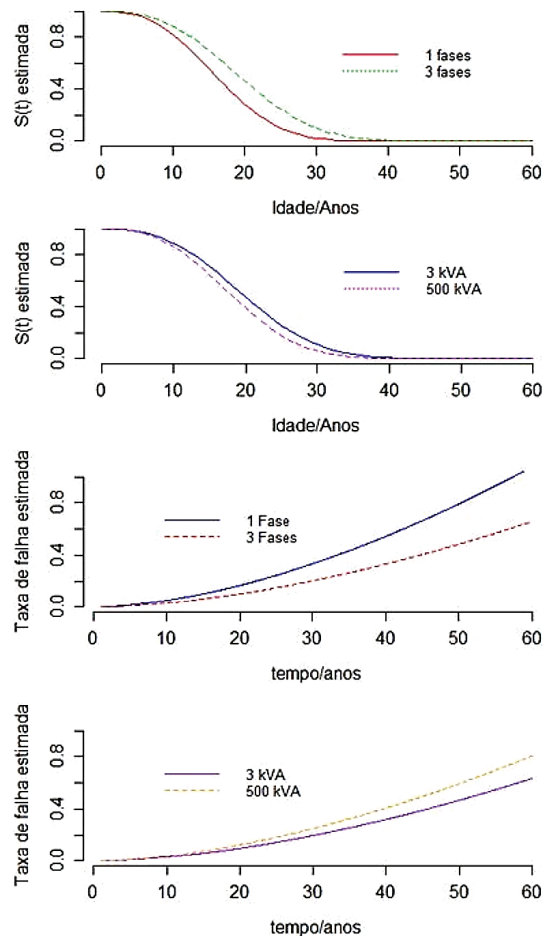


Figura 4. Curvas de sobrevivência (acima) e funções de taxa de falha (abaixo) para diferentes tipos de transformadores

É possível observar que o número de fases é a característica que mais impacta nas curvas de sobrevivência, de forma que transformadores de distribuição com maior número de fases possuem maior tempo médio de vida. O efeito inverso é observado no caso dos transformadores de maior potência nominal, os quais possuem menor tempo médio de vida.

Ainda na Figura 4 são apresentadas as funções de taxa de falha para os mesmos grupos de

transformadores das curvas de sobrevivência (gráficos da parte inferior). Neste gráfico é possível avaliar como a sobrevivência de um equipamento varia com o tempo.

As curvas de risco demonstraram-se crescentes e semelhantes qualitativamente com as curvas de sobrevivência. A concordância deste último resultado é possível, mas poderia não ocorrer, visto que equipamentos com mesmo tempo médio podem apresentar diferentes taxas de falha (SILVA, 2008).

4.3 AVALIAÇÃO DO AJUSTE DO MODELO

Mesmo com a validação do modelo de regressão, a análise dos resíduos possui extrema relevância para avaliar a existência de pontos aberrantes (outliers), pontos influentes, além de verificar se determinadas considerações (e. g. distribuição exponencial dos resíduos) foram satisfeitas.

Os resíduos de Cox-Snell são apresentados na Figura 5. Quanto mais próximos de uma reta de ângulo de 45° estiverem os resíduos (plotados na forma que estes são apresentados) é possível verificar que os resíduos seguem a distribuição exponencial, fato este que foi observado no modelo de regressão em questão.

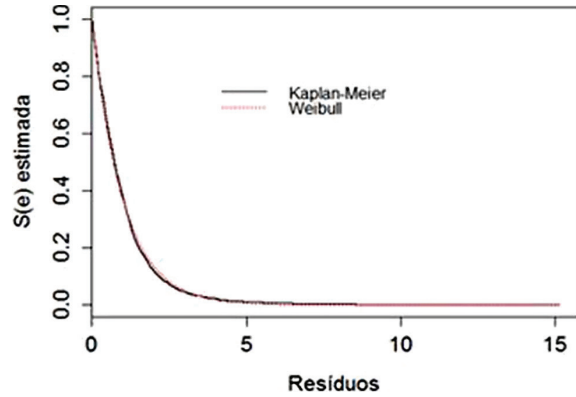


Figura 5. Resíduos de Cox-Snell do modelo ajustado

Outra forma de visualizar os resíduos de Cox-Snell é a partir da concordância dos gráficos das curvas de sobrevivência dos resíduos construídas pelo estimador Kaplan-Meier e pelo modelo de Weibull. A Figura 5 também apresenta o gráfico descrito à direita, onde também é possível verificar que o modelo de regressão de Weibull obteve bom ajuste.

Para análise dos resíduos deviance (Figura 6) foi considerado como pontos atípicos aqueles com seu valor fora do intervalo entre -3 a 3 conforme recomendado em Fachini (2006). A posterior remoção destes pontos pouco impactou o valor dos coeficientes do modelo e seu ajuste global, o que leva a concluir que estes não são pontos influentes para o modelo em questão.

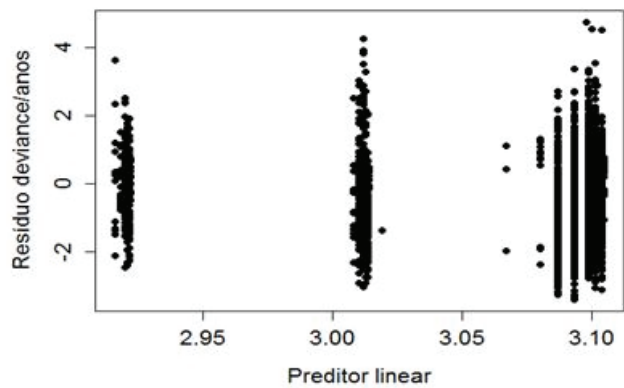
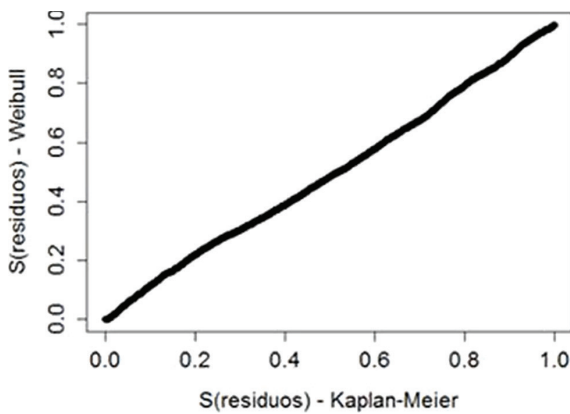


Figura 6. Gráfico dos resíduos do tipo deviance

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do desenvolvimento de estudos de estimação e predição do tempo de vida de equipamentos e sistemas, a tomada de decisão para realização de investimentos e mudança em procedimentos de manutenção e operação ganha maior embasamento científico e fomenta o desenvolvimento de novas pesquisas, como estudos de viabilidade técnico-econômica e de novos materiais.

A função de distribuição de probabilidade de Weibull obteve o melhor ajuste aos dados de tempo de vida dos transformadores de distribuição, o que indicou uma vida média na ordem de 10,4 anos para o todo o conjunto de transformadores na ausência de censuras.

As curvas de sobrevivência e modelos de regressão propostos apresentaram significativa concordância com os dados experimentais. Desta forma, sugere-se o desenvolvimento de projetos envolvendo variáveis de natureza complexa como quando se trata de características climáticas associadas à modelagem não linear.

Como parte integrante dos projetos de análise do ciclo de vida (ACV) dos equipamentos da rede de distribuição de energia elétrica da Bahia, os resultados deste projeto serão aplicados para compreender os potenciais impactos ambientais destes equipamentos. O tempo de vida nestes estudos é um importante ponderador para a comparação de produtos com diferentes fluxos de massa e energias envolvidos em seu ciclo de vida e, portanto, a estimativa do tempo médio de vida dos produtos associada à sua distribuição de probabilidade permite a obtenção mais precisa dos resultados de uma ACV.

6 AGRADECIMENTOS

Agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de iniciação científica

fornecida através do programa Jovens Talentos para Ciência ao estudante Adelmo Menezes de Aguiar Filho.

REFERÊNCIAS

AKTAS, C. **Impat of product lifetime on life cycle assessment results**. [s.l.]: Faculty of Swanson, 2011.

COLOSIMO, E. A.; GIOLO, S. R. **Análise de sobrevivência aplicada**. São Paulo: Blucher, 2006. p. 370.

DARILAY, A. T.; NARANJO, J. D. Apretest for using logrank or Wilcoxon in the two sample problem. **Computational Statistics & Data Analysis**, v. 55, n. 7, p. 2400–2409, jul. 2011.

DATLA, S. V.; PANDEY, M. D. Estimation of life expectancy of wood poles in electrical distribution networks. **Structural Safety**, v. 28, n. 3, p. 304–319, 2006.

FACHIN, J. B. **Análise de influência local nos modelos de riscos múltiplos**. [s.l.]: Universidade de São Paulo, 2006.

HONG, Y.; MEEKER, W.; MCCALLEY, J. Prediction of remaining life of power transformers based on left truncated and right censored lifetime data. **The Annals of Applied Statistics**, v. 3, n. 2, p. 857–879, 2009.

KAPLAN, E.; MEIER, P. Nonparametric estimation from incomplete observations. **Journal of the American statistical Association**, v. 53, n. 282, p. 457–481, 1958.

LAWLESS, J. **Statistical models and methods for lifetime data**. 2. ed. New Jersey: Wiley–Interscience, 2011. p. 664

PAWITAN, Y. **In all likelihood: statistical modelling and Inference Using Likelihood**. [s.l.]: Oxford University Press, 2001. p. 544

SI, X.–S. et al. Remaining useful life estimation: A review on the statistical data driven approaches.

European Journal Of Operational Research, v. 213, n. 1, p. 1–14, 2011.

SIKORSKA, J. Z.; HODKIEWICZ, M.; MA, L. Prognostic modelling options for remaining useful life estimation by industry. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 25, n. 5, p. 1803–1836, jul. 2011.

SILVA, G. O. **Modelos de regressão quando a função de taxa de falha não é monótona e o modelo probabilístico beta Weibull modificada**. [s.l.] Universidade de São Paulo, 2008.

TEAM, R. C. **R: A Language and environment for statistical computing**. Viena: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 2012.

VAN NOORTWIJK, J. M.; KLATTER, H. E. The use of life-time distributions in bridge maintenance and replacement modelling. **Computers & Structures**, v. 82, n. 13–14, p. 1091–1099, maio, 2004.

Recebido em: 30 de abril de 2013

Aceito em: 12 de junho de 2013